(Bayr, Anton)

ANLEITUNG

FÜR DEN GEBRAUCH DER

verbesserten

RÖTHERSCHEN

RECHENSCHEIBE

Vorwort, Vorteile und Beschreibung der Rechenscheibe.

Vielseitigem Drängen zufolge habe ich, trotz der gegenwärtigen hohen Material- und Arbeitskosten, die seit mehr als 18 Jahren von Herrn Obergeometer Röther und mir ins Leben gerufene Rechenscheibe in größerer Genauigkeit und in besserer Ausstattung wieder hergestellt, nachdem sie durch die Kriegszeit und durch vorzeitiges Hinscheiden des Herrn Röther in Vergessenheit kam. Die hauptsächlichsten Vorzüge der Rechenscheibe gegenüber dem linearen Rechenschieber bestehen:

1. In der **rascheren** Durchführung der Rechnungsoperationen wegen Entfall des lästigen Umstellens beim Rechenschieber bei fortgesetzter Division und Multiplikation als Folge der kreisförmigen Einteilung und durch die Vereinigung der trigonometrischen Werte auf ein und dieselbe Seite;

2. in der leichteren Ablesung der Zahlenwerte durch entsprechende Wahl des Scheibendurchmessers, wodurch gegenüber dem normalen Rechenschieber von 27 cm Länge eine Mehrlänge von 10 cm erreicht wurde;

3. in der Ersparung von Kurventabellen und sonstigen Hilfsmitteln bei Absteckungsarbeiten im Gelände;

4. in dem größeren Widerstand gegen Stoß und Feuchtigkeit;

5. bei gleicher Dauerhaftigkeit in der weitaus billigeren Beschaffung der Rechenscheibe, deren Anschaffungskosten nur **ein Fünftel** des Rechenschiebers betragen.

Nachstehend folgt die Beschreibung der Scheibe, wobei ich anfüge, daß ich mich wegen der hohen Druckkosten nur auf die Handhabung der Scheibe einlassen kann; den mathematischen Aufbau kann sich der Inhaber nach längerem Gebrauche leicht selbst erklären.

Die Rechenscheibe besteht aus einem 3teiligen, steifen Umschlag, worin die eigentliche Scheibe mit dem geritzten Zelluloidläufer nebst Nagel angebracht ist; auf den inneren freibleibenden Restflächen des Umschlages sind häufig gebrauchte Formeln und Anleitungen verzeichnet. Die eigentliche Scheibe selbst setzt sich zusammen aus einem aufgeklebten, gleichmäßig eingeteilten Kreisbogen, welcher bei der Zahl 0 am oberen Ende die Einstellungsmarke trägt. Der erwähnte Kreisbogen dient zur Bestimmung von Wurzeln beliebigen Grades. In $1^1/_2$ mm Abstand von dem genannten Kreise läuft die drehbare Scheibe, welche im Mittelpunkt den Läufer zum Einstellen der Zahlen aufweist. Für alle Rechnungsoperationen wird die am äußeren Rande der beweglichen Scheibe befindliche Kreisteilung benützt, die nach dem aufgeklebten Kreise logarithmisch aufgetragen ist und daher ungleichmäßige Einteilung besitzt. Unter Berücksichtigung der Deutlichkeit konnten von der Zahl 1—4 dreihundert Teile, zwischen 4—8 hundertsechzig und zwischen 8—10 vierzig Teilungen gewählt werden. In den letzteren Fällen muß sich das Ablesen der Zahlen allerdings nach dem Augenmaß vollziehen, was sich bei öfterem Gebrauch der Rechenscheibe ohne Hintansetzung des Genauigkeitsgrades mit Leichtigkeit erreichen läßt.

Für das

Einstellen oder Ablesen einer Zahl

an der Marke gilt als Regel: Stelle die Zahl so ein, oder lese sie so ab, wie sie geschrieben wird, also von links nach rechts.

Z. B.: 125! Bringe die Zahl 12 in ungefähre Deckung mit der Marke und drehe die Scheibe alsdann nach links bis auf den Unterteilstrich 5 zwischen 12 und 13, so daß mit diesem und der Marke genaue Deckung herrscht, so ist die Zahl 125 eingestellt.

Oder: Stelle ein die Zahl 1827! Die Zahl 18 auf die Marke geschoben, und zwei Teilstriche nach links gedreht, gibt 182 und nach dem Augenmaß zwischen dem 2. und 3. Teilstrich auf 7 eingestellt, gibt 1827.

Ganz ebenso wie das Einstellen einer Zahl vor sich geht, verhält es sich umgekehrt mit dem Ablesen einer solchen.

Ausführung der Multiplikation.

Beispiel: $3 \times 7 = ?$ Stelle ein den Teilstrich der Zahl 3 (oder 7) auf die Marke, halte die Scheibe fest und fahre mit dem Läufer auf den Teilstrich der Zahl 10 — was bei jeder Multiplikation zu geschehen hat — halte den Läufer fest und bringe den Teilstrich der Zahl 7 (oder 3) mit der Läufermarke zur Deckung, dann ist an der Hauptmarke das Resultat 21 abzulesen.

Oder: $52 \times 63 = ?$ Zahl 52 eingestellt, Scheibe festhalten, mit Läufer auf 10, Läufer festhalten, die Zahl 63 unter diesen geschoben, gibt an der Marke das Resultat 3276.

Oder: $32{,}6 \times 1{,}7 = ?$ Eingestellt auf 326, Läufer auf 10, diesen festhalten und die Zahl 17 darunter geschoben, gibt oben an der Marke 5542, somit Resultat: 55,42.

Allgemeine Bemerkung:

Da bei der Multiplikation von zwei- oder dreistelligen Zahlen die Endzahl des Produktes auf der Scheibe schwer abzulesen ist, so helfe man sich dadurch, daß man die Multiplikation der Endzahlen der beiden Faktoren im Kopfe vornimmt, die „letzte“ Zahl dieses erhaltenen Produktes ist dann die gleiche wie diejenige des überhaupt gesuchten Produktes.

(Siehe vorhergehendes Beispiel: $7 \times 6 = 42$; die Zahl 2 hievon ist auch Schlußzahl von 55,42.)

Was bei der Multiplikation von Dezimalzahlen die Stellung des Kommas beim Produkt anbelangt, so ist eben hier wie bei der gewöhnlichen Multiplikation die gleiche Vorschrift zu beachten, da nur die Multiplikation ganzer Zahlen auf der Rechenscheibe erfolgt.

Sollen mehrere Zahlen miteinander multipliziert werden, so fasse man je 2 zusammen, mit dem erhaltenen Produkt die dritte usw.

Z. B. $17 \times 6 \times 13 = ?$ Suche nach bereits bekannter Weise das Produkt von $17 \times 6 = 102$ und multipliziere dann $102 \times 13 = 1326$. (Stelle 17 ein, mit Läufer auf 10, 6 daruntergeschoben, mit Läufer auf 10, 13 daruntergeschoben, gibt als Ablesung 1326.)

Ausführung der Division.

Das Verfahren bei der Division ist die **Umkehrung** der Multiplikation: Statt mit dem Läufer nach Einstellung der einen Zahl auf die Zahl 10 zu fahren, wird mit demselben auf den Nenner eingestellt und dann unter den festgehaltenen Läufer die Grundzahl 10 geschoben, wobei an der Marke das Ergebnis erscheint.

Z. B. $21 : 7 = ?$ Stelle an der Marke die Zahl 21 ein, fahre mit dem Läufer nach 7, halte den Läufer fest und schiebe Zahl 10 darunter, an der Marke erscheint das Ergebnis 3.

Vereinigte Beispiele über Multiplikation und Division.

$$\frac{24 \times 12 \times 14}{6 \times 3 \times 28} = ?$$

Zur Vermeidung des fortwährenden Einstellens der Scheibe, bzw. des Läufers auf die Grundzahl 10, was bei einer Berechnung des Ausdrucks nötig ist, wenn Grundzahl und Teiler für sich gerechnet werden, zerlegt man den Bruch in

$$\frac{24}{6} \times \frac{12}{3} \times \frac{14}{28} \text{ und beginnt:}$$

24 eingestellt, Läufer auf 6, diesen festgehalten, 12 daruntergeschoben, Scheibe fest, Läufer auf 3, diesen festgehalten, 14 daruntergeschoben, Scheibe festhalten, mit Läufer auf 28, diesen festgehalten und 10 daruntergeschoben, gibt an der Marke die Zahl 8 als Resultat.

335 kg Ware kosten 164,50 Mark; wieviel kosten 27 kg hievon?

Es besteht der Ansatz: $\frac{164{,}\overset{5}{\cancel{6}}}{335} \times 27!$

164,5 auf die Marke eingestellt, mit Läufer auf 335, unter den festgehaltenen Läufer die Zahl 27, gibt an der Marke das Resultat 13,26.

Ein Baumstamm von 0,27 m Durchmesser und 16,20 m Länge ist seinem Inhalt nach zu berechnen!

$$I = 0{,}135 \times 0{,}135 \times 3{,}14 \times 16{,}2$$

Stelle ein die Zahl 135 auf die Marke, mit Läufer auf 10, schiebe 135 unter den Läufer, Scheibe festhalten, mit Läufer wieder auf 10, den mit π bezeichneten Teilstrich daruntergeschoben, Scheibe fest, mit Läufer wieder auf 10, die Zahl 162 daruntergeschoben, gibt an der Marke den Inhalt zu 0,93 cbm an.

Ein Zug befährt in der Minute 147 Schienenstöße zu je 9 m Länge; wie groß ist seine Geschwindigkeit pro Stunde?

Ansatz: $147 \times 9 \times 60 = ?$

147 auf Marke eingestellt, Läufer auf 10, diesen festhalten und 9 daruntergeschoben, Scheibe fest und mit Läufer wieder auf 10, dann 60 daruntergeschoben, gibt an der Marke die Geschwindigkeit zu 79,3 km an.

Welche Wegstrecke legt dieser Zug bei der betreffenden Geschwindigkeit pro Sekunde zurück?

Ansatz: $\frac{79{,}4}{60 \times 60} = ?$

Zerlege den Bruch in $\frac{79{,}4}{60} : \frac{60}{1}$

Mit 794 auf Marke und mit Läufer auf 60, diesen festgehalten und 10 daruntergeschoben, Scheibe fest und mit Läufer auf 60, dann 10 darunter, gibt an der Marke den Wert von 22,05 m.

Jemand läßt 23,5 Mark in Kronen zum Kurse von 82,5 umwechseln, was erhält er?

Ansatz: $\frac{100 \times 23{,}5}{82{,}5} = ?$

100 auf der Marke eingestellt, mit Läufer auf 825, Läufer fest und 235 darunter, gibt an der Marke den Wert von 28,4 Kronen.

Auf 57,8 m Länge steigt eine Straße um 2,76 m an; wie viel Prozent Steigung hat dieselbe?

Ansatz: $57{,}8 : 2{,}76 = 100 : x$

$$x = \frac{2{,}76 \times 100}{57{,}8}$$

276 auf Marke, Läufer auf 578, diesen festgehalten und 100 daruntergeschoben, gibt $x = 4{,}77\,\%$.

Hierher gehört auch das Auftragen der Höhenkurven, das sich mit Zuhilfenahme der Rechenscheibe ganz einfach gestaltet.

Ausziehen von Wurzeln beliebigen Grades.

Der aufgeklebte Kreisbogen (äußerster Kreis) stellt die Briggschen Logarithmen der natürlichen Zahlen von 1—999 dar, während der äußerste Kreis der beweglichen Scheibe nach diesen konstruiert ist. Infolgedessen ist jede Radizierung ohne weiteres möglich. Soll daher aus irgendeiner Zahl die Quadratwurzel gezogen werden, so hat man den zugehörigen Logarithmus zu suchen, denselben zu halbieren und hieraus den Delogarithmus zu bestimmen.

Z. B.: log 3 = 0,477; bringe Zahl 3 der beweglichen Scheibe an die Marke, fahre mit Läufer auf 10, so liest man am festen Teilkreis unter dem Läufer 477 ab; die Zahl stellt unter Berücksichtigung der Mantisse den Wert 0,477 dar.

$$\log 15 = 0{,}176 + 1 = 1{,}176;\ \log 485 = 0{,}686 + 2 = 2{,}686;$$
$$\log 0{,}485 = 0{,}686 - 1 \text{ usw.}$$

Nachstehende Beispiele zeigen das Verfahren:

$\sqrt[2]{48{,}50} = ?$ (Lösung: $\sqrt[2]{48{,}50} = {}^1/_2 \log 48{,}50$)

Zahl 485 des beweglichen Kreises an die Marke, mit Läufer auf 10, beide festhalten und mit Läufermarke am äußeren **festen** Kreis die Zahl 686 ablesen; der Logarithmus ist für die 2-stellige Zahl somit 1,686, hierauf Zahl 1686 des beweglichen Kreises an die Marke, mit Läufer auf 2 und Zahl 10 daruntergeschoben, ergibt an der Marke 843 $\left(\frac{1{,}686}{2} = 0{,}843\right)$, sodann mit Läufer auf 843 des **festen** Kreises, Zahl 10 daruntergeschoben, erscheint an der Marke 696, d. i. für unseren Fall der Wert 6,96.

Für das Ausziehen der **Quadratwurzeln** wäre dieses soeben geschilderte Verfahren gegenüber dem Rechenschieber zu umständlich und es wollte nur gezeigt werden, wie dritte und höhere Wurzeln sinngemäß zu behandeln sind. Beim abgekürzten Verfahren ist als **Regel** zu unterscheiden, ob man es mit einer **gerad- oder ungeradstelligen Zahl** zu tun hat; geradstellig sind also alle 2, 4, 6 . .-stelligen Zahlen wie z. B. 48, 1150, 618070 usw., während die 1, 3, 5, 7 . .-stelligen Zahlen als ungeradstellig bezeichnet werden, wie z. B. 3, 144, 30450 usw. 48,5 ist ebenfalls geradstellig, weil beim Ausziehen der Quadratwurzel bekanntlich das Wurzelzeichen über 48,50 und nicht über 48,5 zu setzen ist.

a) Das Ausziehen einer **geradstelligen** Zahl betätigt sich wie folgt:

$$\sqrt[2]{48{,}50} = ?$$

Zahl 485 an die Marke, mit Läufer auf 10, unter den man am festen Kreis die Zahl 686 abliest. Die Anzahl der noch verbleibenden Teilstriche zwischen 686 hinaus bis 0 beträgt 1000 — 686 = 314. Diese Zahl halbiere im Kopfe = 157 Teile und trage dieselben von 0 nach **rechts**, d. i. bei 843 mit dem Läufer an, **und lese auf der** beweglichen Scheibe unter dem Läufer die Zahl 696 ab; ~~erscheint;~~ wirklicher Wert 6,96. Bei **geradstelligen Zahlen** wird also der von der Marke nach **rechts** liegende Bogen halbiert.

b) Von einer **ungeradstelligen Zahl:**

$$\sqrt[2]{485} = ?$$

Zahl 485 an die Marke, mit Läufer auf 10, unter dem festgehaltenen Läufer die Zahl 686 ablesen wie im ersten Fall; die Hälfte von 686 ist 343; mit Läufer auf 343 des festen Kreises fahren, und unter demselben auf der beweglichen Scheibe die Zahl 2202 ab; eigentlicher Wert 22,02. Bei den ungeradstelligen Zahlen wird also der von der Marke nach **links liegende Bogen** stets halbiert.

Beispiele für eine dritte und fünfte Wurzel:

$$\sqrt[3]{48,5} = ?$$

Zahl 485 an die Marke, mit Läufer auf 10, unter dem festgehaltenen Läufer die Zahl 686 ablesen; unter Berücksichtigung der Mantisse ist der Logarithmus aus der 2-stelligen Zahl 48,5 offenbar 1,686; Zahl 1,686 des **beweglichen** Kreises an die Marke bringen, mit Zahl 3 teilen (also Läufer auf 3 und 10 daruntergeschoben), ergibt an der Marke 562; eigentlicher Wert $\frac{1,686}{3} = 0,562$. Mit Läufer auf 562 des festen Teilkreises, Zahl 10 daruntergeschoben, ergibt an der Marke 365; wirklicher Wert 3,65.

$$\sqrt[5]{485} = !$$

Zahl 485 an die Marke, mit Läufer auf 10, unter dem festgehaltenen Läufer die Zahl 686 ablesen; Logarithmuswert für die 3-stellige Zahl = 2,686. Zahl 2686 an die Marke, mit Zahl 5 teilen (also Läufer auf 5 und 10 daruntergeschoben), ergibt an der Marke 537. Mit Läufer auf 537 des festen Teilstriches, Zahl 10 daruntergeschoben, erscheint an der Marke 3445; wirklicher Wert 3,445.

Anmerkungen: Marke 5 : 4 und 3 : 2 am festen Teilkreis gehören zur Bestimmung der Fußlinien für $^5/_4$ bzw. $^3/_2$-malig geneigte Böschungen bei gegebenen Höhen; sie werden hauptsächlich zum Profilieren des Erdkörpers gebraucht; z. B.: Gegeben für $^5/_4$-malige Böschung die Höhe 2,00 m: Läufer auf Marke 5 : 4, Zahl 20 des beweglichen Kreises darunter, erscheint an der Marke „25" = 2,50.

Marke π am äußeren Kreis der beweglichen Scheibe ist die bekannte Ludolfinische Zahl 3,14159.

Anwendungen der Rechenscheibe zu trigonometrischen Berechnungen.

Die Durchführung der bisher erwähnten Rechnungsoperationen mittels der Rechenscheibe vollzog sich unter Inanspruchnahme des äußeren Teilkreises der beweglichen Scheibe und des aufgeklebten

Kreises; für die trigonometrischen Funktionen sind die nach innen gelegenen und hierfür bezeichneten Einteilungen maßgebend. Die **natürlichen Werte** sind jeweils am äußeren Teilkreis der beweglichen Scheibe abzulesen, wodurch eine **logarithmische Umformung** der Ausdrücke entbehrt wird. Erläuternd wird bemerkt, daß die sinus und cosinus Teilung in einem schmalen Doppelkreis zusammengelegt sind und hierbei die Winkel von 6^0 — 90^0 bzw. von 0^0 — 84^0 umfassen und sich gegenseitig auf 90^0 ergänzen (z. B. $\sin 27^0 = \cos 63^0$). Analog ist dies für die tangens und cotangens Teilung in dem innersten Doppelkreis durchgeführt, nur mit dem Unterschied, daß die Teilung schon bei 45^0 erschöpft ist, weil bekanntlich tg 45 und $\operatorname{cotg} 45^0 = 1$ ist. Die Werte von tangens für Winkel größer als 45^0 werden erhalten nach dem bekannten Satz:

$$\operatorname{tg}\alpha \times \operatorname{cotg}\alpha = 1 \text{ oder } \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{cotg}\alpha} \text{ oder } \operatorname{cotg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$$

Z. B. tg $50^0 30'$: Zahl 10 der beweglichen Scheibe an die Marke, mit Läufer auf cotg $50^0 30'$, Läufer festhalten und die Zahl 10 daruntergeschoben, gibt an der Marke die Zahl 1,213.

Nachstehende Beispiele.

sin 6^0 =0,105;	cos 6^0 =0,995;	tg 6^0 =0,105;	cotg 6^0 =9,514
sin $25^0 30'$=0,431;	cos $25^0 30'$ = 0,903;	tg $25^0 30'$=0,477;	cotg $25^0 30'$=2,097
sin 45^0 =0,707;	cos 45^0 =0,707;	tg 45^0 =1,000;	cotg 45^0 =1,000
sin 84^0 =0,995;	cos 84^0 =0,105;	tg 84^0 =9,514;	cotg 84^0 =0,105

Für die Winkel der sinus und tangens Funktionen **unter 6^0** besteht eine besondere Umformung mit der Marke ρ', nachdem der verfügbare Raum zur weiteren Unterteilung nicht ausreicht und ein weiterer Teilkreis der Übersichtlichkeit halber nicht geschaffen werden sollte. Die betreffende Marke ρ' befindet sich bei der Zahl 344 des äußersten Teilkreises der beweglichen Scheibe. Soll nun z. B. für sin $4^0 25'$ der hiezu gehörige natürliche Wert gefunden werden, so verwandle man die Grade in Minuten, d. h. für unseren Fall $4 \times 60 + 25 = 265'$. Die Zahl 265 an die Hauptmarke eingestellt, mit Läufer nach der Marke ρ', diesen festgehalten und 10 darunter geschoben, gilt als Ablesung 771; der Wert ist 0,0771.

Man merke: Alle Werte **unter** 34,4' sind 0,00 . . . ., alle jene **über** 34,4' bis zu $5^0 44' = 344'$ sind 0,0 . . . und **über** $5^0 44'$ nur 0, . . .

Z. B.: $\sin 1^0 46' = \sin 106' = 0{,}0309$

$\sin 0^0 22' 30'' = \sin 22{,}5' = 0{,}00654$.

Zu diesem Zwecke ist auf dem kleinen Umschlagedeckel eine Tabelle aufgestellt, aus welcher sich die Anzahl der Stellen und der ungefähre Wert leicht entnehmen läßt. Die Werte für sinus und tangens können wegen ihrer geringen Abweichung von 0^0 — 6^0 gleich gesetzt werden. Für die cosinus Werte sind die Ablesungen ohnehin auf der Scheibe durchzuführen, für die cotg Werte über 84^0 benütze man

$\frac{\cos \alpha^0}{\sin \alpha^0}$, also z. B. $\operatorname{cotg} 88^0 = \frac{\cos 88^0}{\sin 88^0} = \frac{\sin 2^0}{\sin 88^0} = \frac{120}{\rho' \times 0{,}999} = 0{,}0349.$

Umgekehrt können bei gegebenen natürlichen Werten die zugehörigen Winkel unter 6^0 ermittelt werden, z. B. sin $\alpha = 0{,}0319$; wie groß α? Zahl 349 an der Marke eingestellt, mit Läufer auf 10, diesen festgehalten und die Marke ρ' daruntergeschoben, erscheint an der Marke die Zahl 12, welche der Tabelle nach nichts anderes als $120' = 2^0$ sein kann. (sinus und tangens können auch hier einander gleich gesetzt werden.)

Im Nachstehenden einige Beispiele unter Bezugnahme auf die im kleinen Umschlagdeckel mit I, II, III und IV bezeichneten Figuren:

1. Gegeben in Figur I $a = 7{,}25$ m, Winkel $\alpha = 24^0 30'$ und Winkel $\beta = 78^0 0'$; gesucht $b = ?$

Lösung: Nach dem Sinussatz ist:

$$a : b = \sin\alpha : \sin\beta, \text{ somit } b = \frac{a \times \sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{7{,}25 \times \sin 78^0}{\sin 24^0 30'}.$$

Stelle 725 an der Hauptmarke ein, fahre mit Läufer nach sin $24^0 30'$, halte diesen fest und schiebe sin 78^0 darunter, gibt als Ablesung $b = 17{,}10$ m.

2. Gegeben im rechtwinkeligen Dreieck Figur II:

$$a = 17{,}30 \text{ m, Winkel } \beta = 9^0 25'; \text{ gesucht } b = ?$$

Lösung: Es ist

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{b}{a}, \text{ somit } a \times \operatorname{tg}\beta = b \text{ oder } b = 17{,}30 \times \operatorname{tg} 9^0 25.$$

Stelle ein 173 an der Marke, fahre mit Läufer auf 10, halte denselben fest und schiebe darunter tg $9^0 25'$, gibt als Ablesung $b = 2{,}87$.

3. Gegeben in Figur III die Tangentenrichtungen AB und BC, eine Kurve mit dem Halbmesser $r = 250$ m soll eingelegt werden; wie groß ist die Tangentenlänge?

Verlängere BC über B hinaus um die (beispielsweise) Länge von 30 m : BD = 30 m, mache auf BA die Strecke BE ebenfalls 30 m lang, so ist der Winkel DBE der zum einzulegenden Bogen gehörige Zentriwinkel; bestimme durch weiteres Messen die Länge DE, beispielsweise angenommen zu 7,82 m und halbiere DE in F = 3,91, so ist Dreieck DFB rechtwinklig und in diesem ist

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{3{,}91}{30}; \quad 7^0 29' = \frac{\alpha}{2};$$

Für die Tangentenlänge t gilt:

$$t = r \times \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = 250 \times \operatorname{tg} 7^0 29'.$$

Nach Beispiel 2 ergibt sich für $250 \times \operatorname{tg} 7^0 29' = 32{,}84$ m. Häufig tritt der Fall ein, daß infolge bestimmter Umstände über eine gewisse Tangentenlänge nicht hinausgegangen werden darf und ist es von Vorteil, den dann unter diesen Umständen größtmöglichsten Radius rasch zu wissen, was sich mit Hilfe der Rechenscheibe sogleich bestimmen läßt. Des Weiteren ist es sofort möglich, bei gegebenem

Winkel und verschiedenen Halbmessern die hierzu gehörigen Tangentenlängen zu finden, indem der Läufer nach dem aufgesuchten Tangentenwert des Winkels festgehalten wird und die Radien nacheinander unter denselben geschoben werden; an der Hauptmarke sind dann die Werte abzulesen.

Außer den bis jetzt beschriebenen Teilkreisen schließen sich an die Zahl 20 des äußeren Teilkreises der beweglichen Scheibe innerhalb desselben zwei weitere Teilungen an, welche bis zu den Zahlen 242 und 131 reichen. Am Ende der ersteren steht Buchstabe t und am Ende der letzteren Buchstabe U, wonach die Teilungen auch kurzweg benannt sind:

„t" Teilung und „U" Teilung.

Sie gestatten die genaue Berechnung von Katheten und Hypotenusen; die „U"Teilung außerdem noch die für das Abstecken der Kurven von der Tangente aus notwendigen Ordinaten bei bekanntem Radius und bekannter Abszisse.

Im rechtwinkeligen Dreieck (Figur II des Umschlages) seien gegeben b = 3 m und a = 4,0 m; wie groß die Hypotenuse?

Man merke: Bei gegebenen Katheten ist die „t" Teilung zu verwenden!

Lösung: Die kleinere Kathete durch die größere dividiert und an der Hauptmarke das Resultat abgelesen, Scheibe festgehalten und mit dem Läufer nach derselben Zahl auf der „t" Teilung gefahren, welche soeben abgelesen, Läufer festgehalten und die Zahl für die kleinere Kathete darunter, gibt an der Hauptmarke ein neues Resultat, welches zur größeren Kathete addiert, den Wert für die Hypotenuse gibt.

Also: 3 auf Hauptmarke, mit Läufer nach 4, 10 darunter gibt 0,75, Scheibe fest, mit Läufer auf 75 der „t" Teilung, diesen fest und 3 darunter, gibt an der Marke die Zahl 1, diese zu 4 hiezu, liefert die Länge der Hypotenuse zu $4 + 1 = 5$.

Oder: Die eine Kathete = 5,25 m, die andere = 9,32 m; wie groß die Hypotenuse?

Lösung: 5,25 : 9,32 = 0,563, Scheibe fest und mit Läufer nach 563 der „t"Teilung, 525 unter diesen, gibt an der Marke 1,38; diesen Wert + 9,32 = 10,70 für Hypotenuse.

Umgekehrt: Gegeben: Hypotenuse = 5 und die eine Kathete 4; wie groß ist die andere?

Man merke: Bei gegebener Hypotenuse und einer Kathete ist die „U"Teilung zu verwenden!

Lösung: Kathete durch Hypotenuse (kleinere Zahl durch größere) dividiert, an der Marke ablesen, Scheibe fest und mit Läufer auf die gleiche Zahl der „U"Teilung, Läufer fest, Wert der Kathete unter diesen, an der Marke ablesen und diese Ablesung von Hypotenuse subtrahiert, gibt die andere Kathete.

Also: $4:5=0{,}8$; Scheibe fest und mit Läufer auf Zahl 8 der „U"Teilung, diesen fest und 4 darunter, gibt an der Marke 2, von 5 abgezogen; andere Kathete = 3.

Was das

Abstecken der Kurven

von der Tangente aus anbetrifft, so können die erforderlichen Ordinatenwerte ohne Zuhilfenahme jedweder Kurventabelle mittels der „U"Teilung bei zureichender Genauigkeit und für jeden beliebigen Abszissenpunkt bei gegebenem Halbmesser sogleich bestimmt werden.

Gegeben: Kurvenradius $r = 250$ m
Abszisse $a = 40{,}0$ m; wie groß die Ordinate?

Lösung: Abszisse dividiert durch den Radius, Scheibe fest und mit dem abgelesenen Resultat auf der „U"-Teilung den Läufer eingestellt, diesen festgehalten und den Wert der Abszisse daruntergeschoben, gibt an der Hauptmarke den verlangten Wert der Ordinate.

Also: $\frac{40}{250} = 0{,}16$, Scheibe fest und mit Läufer nach 16 der „U"Teilung, diesen fest und 40 darunter, gibt Ordinatenlänge zu 3,22 m.

Oder: $r = 150$, Abszisse = 7,27 m; wie groß Ordinate?

Lösung: $\frac{7{,}27}{150} = 0{,}0484$, Scheibe fest und mit Läufer nach der „U"Teilung zwischen 0 und 1 auf $0{,}0\bar{5}$, diesen fest und 7,27 darunter, gibt Ordinate = 0,176 m.

Oder: $r = 5387$ m, Abszisse = 122,5 m; wie groß Ordinate? Nach vorstehendem Verfahren $x = 1{,}414$ m.

Als letzte Teilung auf der Rechenscheibe ist die sogenannte

Prozentteilung (%)

noch zu erwähnen, welche von der Zahl 10 des äußeren Teilkreises nach links sich erstreckt. Diesselbe hat bei der früheren Rechenscheibe, die keine tangens und cotangens Teilung besaß, dazu gedient, von den natürlichen Werten auf die Winkel zu schließen; sie ist hierfür nicht mehr nötig, sie kann aber bei Geländemessungen mit Vorteil verwendet werden, wenn die Böschungsneigung bekannt ist und eine langwierige Stufenmessung vermieden werden will; in dem betreffenden Falle kann daher schief gemessen werden, worauf das Maß mit der Prozentteilung reduziert wird.

Z. B.: Wie groß ist der Fuß eines $\frac{3}{2}$ malig geneigten Dammes mit einer Böschungslänge von 19,80 m? (Figur IV.)

Bei $\frac{3}{2}$ maliger Böschung ist das Steigungsverhältnis:

$\frac{2 \times 100}{3} = 66{,}67\ \%$. 198 an der Hauptmarke eingestellt, mit Läufer nach 10, den Wert von 66,67 der Prozentteilung unter diesen, gibt an der Hauptmarke x = 16,47 m.

Die vorstehend erwähnten Beispiele sollen die vielseitige Verwendung der Rechenscheibe im allgemeinen kurz dartun; bei nur wenig Mühe wird der praktische Gewerbetreibende, Kaufmann oder Techniker sich rasch in der Behandlung der Scheibe zurechtfinden, und wenn erst mit ihr vertraut, eine willkommene Hilfe darin erfahren.

München, im März 1921

Anton Bayr,

techn. Oberbahnverwalter, Albrechtstr. 37/I

F. Bruckmann A. G., München

Nachtrag.

a. Will man beim Multiplizieren die Stellenzahl mit Sicherheit erkennen, so z. B. aus:

$44{,}37 \times 0{,}000375 \times 0{,}15 \times 43{,}1$, so bestimme man von jeder Zahl die Kennziffer (Mantisse), also

$+1 + (-4) + (-1) + 1 = -3$ und verfolge unter **linksseitiger Drehung der beweglichen Scheibe** wie oft die Zahl 10 die Marke passiert, in diesem Fall 2 mal. Die Umdrehungszahl 2 zum obigen Resultat addiert, ergibt: $-3 + 2 = -1$. Die Zahl heißt somit 0,1075.

b. Bei der Division sind die ermittelten Kennziffern von einander abzuziehen. Dabei ist zu unterscheiden, ob die Nennerstelle in der **gleichstelligen** Zählerstelle (ohne Rücksicht auf das Komma) enthalten ist oder nicht; im letzteren Falle ist die Zahl $+1$ noch besonders abzuziehen; z. B.

$$\frac{845}{0{,}063} = 13410{,}00 \qquad\qquad \frac{845}{0{,}095} = 8890{,}00$$
$$+2-(-2) = +4 \qquad\qquad +2-(-2)-1 = +3$$

c. Aus den Ausführungen unter a) und b) ergibt sich für einen Quotienten, der aus beliebigen Faktoren zusammengesetzt ist, folgendes einfache Verfahren:

z. B. $$\frac{0{,}00208 \times 30\,600 \times 0{,}80}{0{,}408 \times 20\,000 \times 40{,}80} = 0{,}000\,153$$

Zuerst schreibt man in Bruchform die betr. Kennziffern der zu den Zahlen gehörigen Logarithmen, also für den gegebenen Fall:

$$\frac{-3+4-1}{-1+4+1} = \frac{0}{+4} = 0-(+4) = -4,$$

sodann beginnt man mit der auf Seite 4 der Anleitung angegebenen Ausrechnung (Zerlegung in Einzelbrüche) und beachte hierbei, daß beim **Multiplizieren** stets nach **links** zu drehen ist, während beim **Dividieren** zu unterscheiden ist, ob der erhaltene Zähler, ohne Rücksicht auf das Koma, kleiner oder größer ist als der Nenner; im ersten Fall ist die **Division** stets durch **rechtsseitiger** Drehung auszuführen, während im letzten Falle so zu drehen ist, daß die Zahl 10 der beweglichen Scheibe die Marke **nicht passiert.** Die Drehungen nach **rechts** beim **Dividieren** werden unter **minus,** die nach **links** beim **Multiplizieren** unter **plus** zusammengestellt (die linksseitige Drehung beim Dividieren hat hiebei auf das Vorzeichen keinen Einfluß), sodann miteinander abgeglichen und dem Gesamtresultat der Kennziffern (siehe oben) zugezählt bezw. abgezogen.

Für unser Beispiel ist wie folgt zu verfahren:

Zahl 208 an die Marke, mit Läufer auf 408 und denselben festhalten, die Scheibe nach **rechts** gedreht (Passieren der Marke unter **negativem** Vorzeichen) für die Zahl 10 unter den Läuferstrich zu liegen kommt, sodann Scheibe nach **links** drehen bis die Zahl 306 unter dem Läuferstrich liegt (Passieren der Marke unter **positivem** Vorzeichen); an der Marke steht die Zahl 1558; diese Zahl ist aber absolut genommen **kleiner** als der Nenner 20000, weshalb die Division wieder nach **rechts** zu betätigen ist (Passieren der Marke unter negativem Zeichen). Man multipliziere sodann mit 80 unter **links** seitiger Drehung (Passieren der Marke unter positivem Vorzeichen). Die neue Zahl 623 an der Marke ist aber größer als der Nenner 408, weshalb die Scheibe nach **rechts** zu drehen ist, damit die Zahl 10 der beweglichen Scheibe nicht die Marke passiert. Resultat an der Marke = 153.

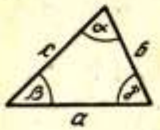
Abgleichung der Umdrehungen $+2-2=0$.

Dem Resultat der Kennziffern $=-4$ ist also weder etwas **zuzuzählen** noch **abzuziehen.**

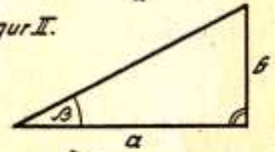
Endresultat somit 0,000 153.

Figuren zur Anleitung.

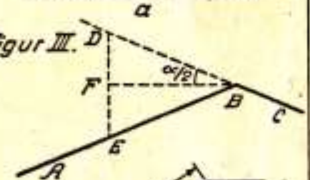
Figur I.



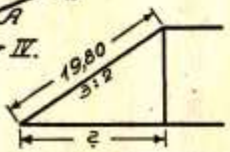
Figur II.



Figur III.

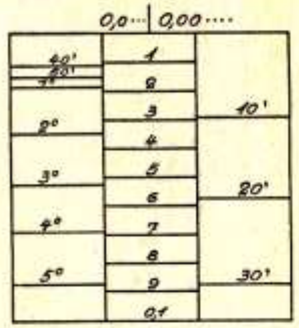


Figur IV.



Winkelwerte

von sinus und tangens unter 6°



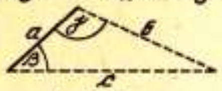
Dritte Potenzen der Grundzahlen 1-10 zur raschen Bestimmung der dritten Wurzel.

1^3 =	1	6^3 =	216
2^3 =	8	7^3 =	343
3^3 =	27	8^3 =	512
4^3 =	64	9^3 =	729
5^3 =	125	10^3 =	1000

Öfters im Tiefbau angewandte Sätze und Formeln.

Sinussatz.

Gegeben: a, β und γ



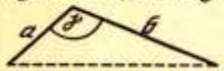
$\alpha = 180° - \beta - \gamma$,

$b = \frac{a \cdot \sin\beta}{\sin\alpha}$;

$c = \frac{a \cdot \sin\gamma}{\sin\alpha}$;

Tangentensatz.

Gegeben: a, b und γ



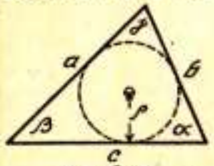
$\tan\frac{\alpha-\beta}{2} = \frac{a-b}{a+b} \cdot \cot\frac{\gamma}{2}$;

$\frac{\alpha+\beta}{2} = 90° - \frac{\gamma}{2}$;

$\alpha = \frac{\alpha+\beta}{2} + \frac{\alpha-\beta}{2}$;

$\beta = \frac{\alpha+\beta}{2} - \frac{\alpha-\beta}{2}$;

Gegeben: a, b und c.



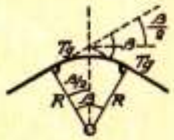
$\frac{a+b+c}{2} = s$;

$\sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}} = \rho$;

$\tan\frac{1}{2}\alpha = \frac{\rho}{s-a}$;

$\tan\frac{1}{2}\beta = \frac{\rho}{s-b}$;

$\tan\frac{1}{2}\gamma = \frac{\rho}{s-c}$;

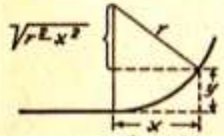


$\tan\frac{\beta}{2} = \frac{Tg}{R}$;

$R = \frac{Tg}{\tan\frac{\beta}{2}}$;

$Tg = R \cdot \tan\frac{\beta}{2}$

Kurvenabsteckung.

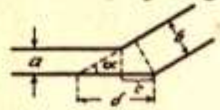


$r = \frac{y^2+x^2}{2y}$

$x = \sqrt{2y \cdot r - y^2}$

$y = r - \sqrt{r^2 - x^2}$

Gleisverziehung.



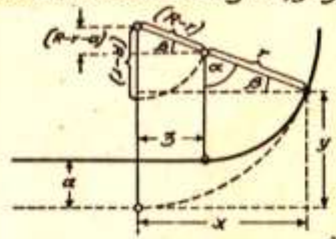
$d = \frac{b}{\sin\alpha}$;

$c = d - \frac{a}{\tan\alpha}$;

Weichen u. Kreuzungswinkel.

Verhältnis	Zugeh. ∢
1:3,9375	14°15'00"
1:4,44	12°40'49,38"
1:4,95	11°25'16,25"
1:5,85	9°42' 1,41"
1:6	9°27'44,35"
1:7	8° 7'48,37"
1:8	7° 7'30"
1:8,5	6°42'35,41"
1:9	6°20'24,69"
1:10	5°42'38,13"
1:11	5°11'39,94"
1:12	4°45'49,11"

Kombinierte Bögen, gegeben: R, r, a und ∢α



$\sin\beta = \frac{(R-r-a)}{R-r}$;

$\alpha = 90° - \beta$;

$x = R \cdot \cos\beta$;

$y = R - (R \sin\beta)$;

$z = (R-r) \cos\beta$;

Äußerste Grenze für $r = (R-a)$.

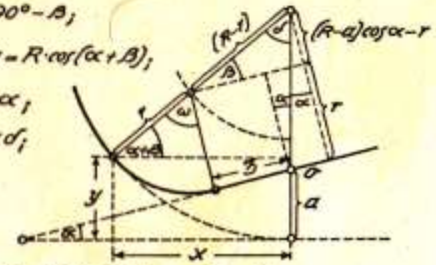
Gegeben: R, r, a und ∢α

$\sin\beta = \frac{(R-a)\cos\alpha - r}{R-r}$; $\omega = 90° - \beta$;

$\sigma = (\omega - \alpha) = 90° - (\alpha+\beta)$; $x = R \cdot \cos(\alpha+\beta)$;

$z = (R-r)\cos\beta - (R-a) \sin\alpha$;

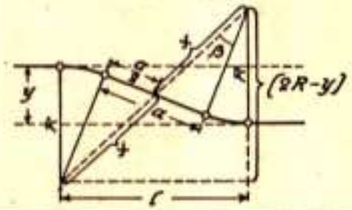
$y = R - R\cos\sigma$;



Größte Möglichkeit für $r = (R-a)\cos\alpha$;

Wenn Größe z negativ, dann liegt Bogenanfang des Einschaltbogens um z rechts von σ

Gleisverziehung: Gegeben: y, R und a. Gesucht: l.

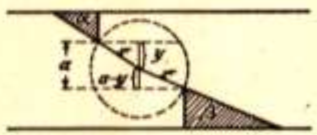


$\tan\beta = \frac{\frac{a}{2}}{R}$

$x = \frac{\frac{a}{2}}{\sin\beta}$

$l = \sqrt{(2x)^2 - (2R-y)^2}$

Verbindung parallel. Gleise mit ungleichen Weichen, wobei der TS gleich weit von den Weichenenden entfernt ist.



$\sin\alpha = \frac{y}{t}$; $\sin\beta = \frac{a-y}{t}$;

$\sin\alpha + \sin\beta = \frac{y}{t} + \frac{a-y}{t}$;

$t = \frac{a}{\sin\alpha + \sin\beta}$;

DRGM № 793344